

ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ:	ΑΛΓΕΒΡΑ / Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	29 / 11 / 2025

### ΘΕΜΑΤΑ

#### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Να αποδείξετε ότι:  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$ .

(Μονάδες 6)

**A2.** Πότε λέμε ότι μία συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $A$  παρουσιάζει μέγιστο στο  $x_0 \in A$ ;

(Μονάδες 2)

**A3. (i)** Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των παρακάτω συναρτήσεων, στο ίδιο σύστημα αξόνων:

$$f(x) = |x|, \quad g(x) = |x + 2|, \quad h(x) = |x| - 1$$

(Μονάδες 3)

**(ii)** Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

«Υπάρχει γωνία  $\omega$  τέτοια ώστε  $\eta\mu\omega = 0$  και  $\sigma\upsilon\nu\omega = 0$ »

**(α)** Να χαρακτηρίσετε τον ισχυρισμό, γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα **A**, εάν είναι **αληθής**, ή το γράμμα **Ψ** εάν είναι **ψευδής**.

**(β)** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα **(α)**.

(Μονάδες 1 + 3 = 4)

**A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

i. Εάν  $\eta\mu\omega = 0$ , τότε υποχρεωτικά  $\sigma\upsilon\nu\omega = 1$ .

ii. Ισχύει  $\epsilon\phi\omega = \frac{\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - \omega\right)}{\sigma\upsilon\nu\omega}$ , με  $\sigma\upsilon\nu\omega \neq 0$ .

iii. Η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{x-2}$  είναι περιττή.

iv. Η γραφική παράσταση μίας γνησίως μονότονης συνάρτησης τέμνει τον άξονα  $x'x$  σε ακριβώς ένα σημείο.

v. Ισχύει  $\eta\mu 50^\circ \cdot \epsilon\phi 110^\circ < 0$ .

(Μονάδες 10)

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.** Να λύσετε το σύστημα:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 3y = -6 \\ 4x + y = 16 \end{array} \right\}$$

(Μονάδες 10)

**B2.** Εάν  $(x_0, y_0) = (3, 4)$  η λύση του συστήματος και  $\eta\mu\omega = \frac{x_0 + y_0}{14}$ ,

όπου  $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$ , να βρείτε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\omega$ .

(Μονάδες 15)

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνονται οι παραστάσεις :

$$A = \frac{\eta\mu(\pi - \omega) \sigma\upsilon\nu(\pi + \omega) \epsilon\phi(\pi - \omega)}{\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - \omega\right) \eta\mu(2\pi + \omega)}, \quad B = 5\eta\mu^2 40^\circ - 2\epsilon\phi 20^\circ \cdot \sigma\phi 20^\circ + 5\sigma\upsilon\nu^2 40^\circ$$

και η συνάρτηση  $f(x) = (A \cdot \sigma\upsilon\nu\pi)x^5 + \left(B \cdot \epsilon\phi\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)x$ .

**Γ1. (i)** Να αποδείξετε ότι  $A = 1$  και  $B = 3$ .

**(ii)** Να εξετάσετε εάν η  $f$  είναι άρτια ή περιττή.

(Μονάδες 8 + 5 = 13)

**Γ2.** Αν  $f(x) = -x^5 - 3x$ , να εξετάσετε την  $f$  ως προς την μονοτονία και να βρείτε το

πρόσημο της παράστασης  $\Gamma = f(\sqrt{2}) - f(\sqrt{3}) + \epsilon\phi 200^\circ$ .

(Μονάδες 3 + 3 = 6)

**Γ3.** Να αποδείξετε ότι:  $\frac{1}{\sigma\upsilon\nu x} - \frac{\sigma\upsilon\nu(-x)}{1 + \eta\mu(\pi - x)} - \epsilon\phi(\pi + x) = 0$ .

(Μονάδες 6)

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x) = \sqrt{\alpha x - 1} + 1$  της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο  $M(5, 2\sqrt{3}\sin(-30^\circ))$ .

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι  $\alpha = 1$  και να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

**(Μονάδες 5)**

**Δ2. (i)** Να αποδείξετε ότι η  $f$  παρουσιάζει ελάχιστο για  $x = 1$  και να προσδιορίσετε την ελάχιστη τιμή της.

**(ii)** Να μελετήσετε την  $f$  ως προς την μονοτονία.

**(Μονάδες 5 + 5 = 10)**

Έστω  $g$  η συνάρτηση η οποία προκύπτει με 2 διαδοχικές μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της  $f$ , κατά 1 μονάδα αριστερά και 3 μονάδες προς τα επάνω.

**Δ3. (i)** Να ορίσετε τον τύπο της  $g$ .

**(ii)** Να εξετάσετε εάν η εξίσωση  $g(x) = \eta\mu x$  έχει λύση.

**(Μονάδες 5 + 5 = 10)**